

Aufgaben Gasgleichung

1. Ein Stahlmessband ist für eine Messtemperatur von 18 °C geeicht. Bei einer Temperatur - 20 °C misst man eine Seite eines Bauplatzes von 13,8 m. Die Fläche des Bauplatzes wird mit 543,4 m² berechnet. Welcher Fehler ist durch die Längenänderung des Messbandes entstanden, wenn der lineare Ausdehnungskoeffizient $11,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ beträgt?

2. Bei einer Raumtemperatur von 18 °C beträgt die Dichte von Messing 8,1 g/cm³. Welche Dichte besitzt Messing bei einer Temperatur von -35 °C? (1 cm³ Messing vergrößert seinen Rauminhalt beim Erwärmen um 1 K um 0,000 057 cm³).

3. Eine Druckflasche mit dem Innenvolumen 50 Liter enthält Wasserstoff unter dem Druck 1,0 MPa bei der Temperatur 20 °C. Mit Hilfe dieser Druckflasche wird ein Wetterballon bei einem Außenluftdruck 980 hPa gefüllt, bis Druckausgleich erfolgt ist. Das Füllen des Ballons geschehe isotherm; durch die Ballonhülle entsteht kein zusätzlicher Druck auf das Gas. Wasserstoff wird vereinfacht als ideales Gas betrachtet.

a) Berechnen Sie die Masse und die Dichte des ursprünglich in der Druckflasche eingeschlossenen Wasserstoffs.

b) Ermitteln Sie das Volumen des gefüllten Ballons und die Dichte des in ihm enthaltenen Wasserstoffs.

4. Für Schweißarbeiten werden Druckgasflaschen mit Sauerstoff benötigt. Ihr Innenvolumen betragen 25 Liter und der Innendruck 15 MPa.

Beim Schweißen tritt der Sauerstoff unter einem Druck von 200 kPa aus.

a) Wie viel Sauerstoff können zum Schweißen aus der Flasche entnommen werden?

b) Wie viel Sauerstoff mit einem Druck von 1000 hPa wurden vorher in die Flasche gepumpt?

5. (Abi-Grundkurs 2004)

In einem Zylinder wird Argon, das als ideales Gas angesehen wird, bei der konstanten Temperatur 350 K vom Volumen 24,0 dm³ auf das Volumen 6,00 dm³ komprimiert. Der Anfangsdruck beträgt 0,400 MPa.

(Spezifische Gaskonstante für Argon: $R=207,9 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)

a) Berechnen Sie die Masse des Argongases.

b) Stellen Sie diesen Zusammenhang in einem p-V-Diagramm dar. Berechnen Sie dazu fünf Wertepaare.

Der Inhalt der Fläche unter der Kurve im p-V-Diagramm ist ein Maß für die zu Kompression erforderliche Arbeit. Ermitteln Sie diese Kompressionsarbeit.

Lösungen

1.

geg.:	$\vartheta_1 = 18^\circ\text{C}$ $\vartheta_2 = -20^\circ\text{C}$ $l_{1k} = 13,8\text{m}$ $A_k = 543,4\text{m}^2$ $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$	ges.:	ΔA
Lösung:	Der gesuchte Fehler ist die Differenz zwischen der Fläche des Bauplatzes bei 18°C und der gemessenen Fläche bei -20°C. Da bei Kälte das Messband kürzer wird, der Abstand zwischen den einzelnen Strichen also kleiner, werden alle Längen zu groß gemessen und der Bauplatz zu groß berechnet. 1. Wie groß ist die zweite Seite des Platzes? $A_k = l_{1k} \cdot l_{2k}$ $l_{2k} = \frac{A_k}{l_{1k}}$ $l_{2k} = 39,38\text{m}$ 2. Um wie viel wurde jede Seite falsch gemessen? Das sind die Längenänderungen, die durch das Zusammenziehen des Stahlbandes entstanden sind. $\Delta l = l \cdot \alpha \cdot \Delta T$ $\Delta l_1 = 13,8\text{m} \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1} \cdot 38\text{K}$ $\Delta l_1 = 0,00603\text{m} = 6,03 \cdot 10^{-3} \text{m}$ $\Delta l_2 = 0,0172\text{m} = 17,2 \cdot 10^{-3} \text{m}$ Um diese Längenänderungen müssen die ursprünglich gemessenen Längen verkürzt werden: $l_{1w} = 13,794\text{m}$ $l_{2w} = 39,363\text{m}$ Mit diesen neuen Längen wird die Fläche berechnet: $A_w = l_{1w} \cdot l_{2w}$ $A_w = 542,97\text{m}^2$ Damit lässt sich jetzt die Differenz berechnen: $\Delta A = A_w - A_k$ $\Delta A = -0,43\text{m}^2$ Das Grundstück wird im Winter also um fast einen halben Quadratmeter zu groß gemessen.		
Antwort:	Durch die Längenänderung entsteht ein Fehler von $0,43 \text{m}^2$.		

2.

geg.:	$\vartheta_1 = 18^\circ\text{C}$ $\vartheta_2 = -35^\circ\text{C}$ $\rho_1 = 8,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $\gamma = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$	ges.:	ρ_2
Lösung:	Die neue Dichte ist die Masse, die sich bei der Abkühlung nicht ändert, durch das neue Volumen, das sich bei der Abkühlung verkleinert. $\rho = \frac{m}{V}$ $\rho_2 = \frac{m}{V + \Delta V}$ $\rho_2 = \frac{m}{V + V \cdot \gamma \cdot \Delta T}$ $\rho_2 = \frac{m}{V \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)}$ $\rho_2 = \rho_1 \cdot \left(\frac{1}{(1 + \gamma \cdot \Delta T)} \right)$ $\rho_2 = 8,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \left(\frac{1}{(1 + 5,7 \cdot 10^{-5} \cdot -53\text{K})} \right)$ $\rho_2 = 8,12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$		
Antwort:	Die neue Dichte beträgt 8,12 g/cm³.		

3.

geg.:	$V_G = 50\text{l}$ $p_G = 1,0\text{MPa}$ $\vartheta_G = 20^\circ\text{C}$ $p_B = 980\text{hPa}$ $\vartheta_B = 20^\circ\text{C}$ $R_S = 4124 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	ges.:	m_G ρ_G V_B ρ_B
Lösung:	a) Berechnung der Masse: $p \cdot V = m \cdot R_S \cdot T$ $m_G = \frac{p \cdot V}{R_S \cdot T}$ $m_G = \frac{1,0 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{4124 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 293,15 \text{ K}}$ $m_G = 0,04 \text{ kg}$ $m_G = 40 \text{ g}$		
	Einheiten: $\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{K}} =$ $\frac{\text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{kg}}{\text{J}} =$ $\frac{\text{J}}{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{kg}} =$ $\frac{\text{J}}{\text{J}} = \underline{\text{kg}}$		

Berechnung der Dichte:

$$\rho_G = \frac{m}{V}$$

$$\rho_G = \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}{50 \text{ l}}$$

$$\rho_G = \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}{50 \text{ l}}$$

$$\rho_G = \frac{4 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}{50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}$$

$$\rho_G = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

b) Da der Vorgang isotherm abläuft, gilt allgemein $p \cdot V = \text{konst.}$

$$p_G \cdot V_G = p_B \cdot (V_G + V_B)$$

$$\frac{p_G \cdot V_G}{p_B} = V_G + V_B$$

$$V_B = \frac{p_G \cdot V_G}{p_B} - V_G$$

$$V_B = 460,2 \text{ l}$$

Berechnung der neuen Dichte:

$$\rho_B = \frac{m}{V_B + V_G}$$

$$\rho_B = 0,078 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Antwort:

Der in der Gasflasche eingeschlossene Wasserstoff hat eine Masse von 40 g und eine Dichte von 0,8 kg/m³.

Der gefüllte Ballon hat ein Volumen von 460,2 l und der Wasserstoff nun eine Dichte von 0,078 kg/m³.

4.

geg.:	$V_1 = 25 \ell$ $p_1 = 15 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ $p_2 = 200 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ $p_3 = 1000 \cdot 10^2 \text{ Pa}$	ges.:	V_2, V_3
Lösung:	a) Die Vorgänge laufen bei konstanter Temperatur ab. Es gilt also: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ und nach der gesuchten Größe umgestellt: $V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}$ $V_2 = \frac{15 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 25 \ell}{200 \cdot 10^3 \text{ Pa}}$ $V_2 = 1875 \ell$ Lässt man den Sauerstoff aus der Flasche, bleiben zum Schluss natürlich noch 25 Liter in der Flasche, die man nicht herausbekommt. Deshalb können nur 1850 Liter entnommen werden. b) $p_1 \cdot V_1 = p_3 \cdot V_3$ $V_3 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_3}$ $V_3 = \frac{15 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 25 \ell}{1000 \cdot 10^2 \text{ Pa}}$ $V_3 = 3750 \ell$ Wenn die Flasche neu befüllt wird, sind eventuell schon 25 Liter in der Flasche drin. Deshalb können 3725 Liter eingefüllt werden.		
Antwort:	a) Zum Schweißen können 1850 Liter Sauerstoff entnommen werden. b) Es wurden 3725 Liter in die Flasche gefüllt.		

5.

geg.:	$T_1 = 350\text{K}$ $V_1 = 24,0\text{dm}^3$ $V_2 = 6,00\text{dm}^3$ $p_1 = 0,400\text{MPa}$ $R_S = 207,9\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	ges.:	a) m
Lösung:	a) Es wird die Zustandsgleichung des idealen Gases verwendet: $p \cdot V = m \cdot R_S \cdot T$ Es wird der Zustand 1 verwendet: $m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_S \cdot T_1}$ $m = \frac{0,400 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 24,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{207,9 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot 350\text{K}}$ $m = 0,132\text{kg}$ b) Zur Berechnung der Wertepaare nutzt man aus, dass der Quotient $\frac{p \cdot V}{T}$ für ein ideales Gas immer konstant ist. Da sich die Temperatur während des Versuches nicht ändert, gilt: $p \cdot V = \text{konst.}$ Zur Berechnung der Fläche unter der Kurve kann ein grafischer Taschenrechner verwendet werden. $W = 13,3 \text{ kJ}$		
Antwort:	Es sind 0,132 kg Argongas vorhanden. Es wird eine Arbeit von 13,3 kJ verrichtet.		